

ISTITUZIONI ANALISI SUP. 1, AA 05/06
PROVA SCRITTA DI RECUPERO DEL 11/01/06

- (1) Sia μ la misura di Lebesgue su \mathbb{R}^n . Preso $E \subset \mathbb{R}^n$, tale che $\mu^*(E) < \infty$, poniamo

$$\mu_e(E) = \inf\{\mu(O) | O \text{ aperto tale che } E \subset O\} ,$$

$$\mu_i(E) = \sup\{\mu(F) | F \text{ chiuso tale che } F \subset E\} .$$

Provare che E é misurabile se e solo se $\mu_e(E) = \mu_i(E)$.

- (2) Sia f integrabile in $B_1(0) \subset \mathbb{R}^n$. Provare che

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \int_{B_1(0)} |x|^k f(x) d\mu(x) = 0 .$$

- (3) Sia f integrabile su (X, \mathcal{A}, μ) tale che

$$\int_E f = 0 , \quad \forall E \in \mathcal{A} .$$

Provare che $f = 0$ quasi ovunque.